1)

$m_S = 329.390 \cdot m_T \qquad x_T = 1,496 \times 10^8\ km$

$r_S = 6,960 \times 10^5\ km$

$x_S = 0$

$$x_{CM} = \frac{m_S \cdot x_S + m_T \cdot x_T}{m_S + m_T} = \frac{m_T \cdot 1,496 \times 10^8}{329.390\, m_T + m_T}$$

$$x_{CM} = \frac{1,496 \times 10^8 \cdot m_T}{(329.390 + 1)\, m_T} = \frac{1,496 \times 10^8}{329.391}$$

$\boxed{x_{CM} = 454\ km}$ posição do centro de massa do sistema Terra-sol à partir do centro do sol.

$$\frac{x_{CM}}{r_S} = \frac{454}{6,960 \times 10^5} = 0,00065$$

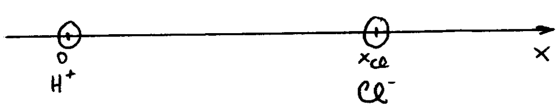
$\therefore \boxed{x_{CM} = 0,00065 \cdot r_S}$

veja o CM do sistema sol-Terra está dentro do sol!

2)

$x_{Cl} = 1,30 \times 10^{-10}\ m \qquad m_{Cl} = 35 \cdot m_H$

$x_H = 0$



$$x_{cm} = \frac{m_H \cdot x_H + m_{Cl} \cdot x_{Cl}}{m_H + m_{Cl}}$$

$$x_{CM} = \frac{m_{Cl} \cdot 1,30 \times 10^{-10}}{m_H + m_{Cl}} = \frac{35 \cdot m_H \cdot 1,30 \times 10^{-10}}{m_H + 35\, m_H}$$

$$x_{cm} = \frac{35 \cdot 1,30 \times 10^{-10} m_H}{36\, m_H} = \frac{35 \cdot 1,30 \times 10^{-10}}{36}$$

$\boxed{x_{cm} = 1,26 \times 10^{-10}\ m}$ posição do centro de massa da molécula de HCl, medida à partir do átomo de hidrogênio, está dentro do Cloro (raio iônico = 1,81 Å)

3)

$m_1 = 5\ kg \begin{cases} x_1 = 0\ m \\ y_1 = 0\ m \end{cases}$

$m_2 = 3\ kg \begin{cases} x_2 = 0\ m \\ y_2 = 4\ m \end{cases}$

$m_3 = 4\ kg \begin{cases} x_3 = 3\ m \\ y_3 = 0\ m \end{cases}$

$m_4 = 8\ kg \begin{cases} x_4 = (?) \\ y_4 = (?) \end{cases}$

de modo que o C.M. seja em:

$x_{CM} = 0$ e $y_{CM} = 0$

adotando $x_{CM} = x_{CG}$ e $y_{CM} = y_{CG}$

$$x_{CM} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + m_3 x_3 + m_4 x_4}{m_1 + m_2 + m_3 + m_4}$$

$$0 = \frac{5 \cdot 0 + 3 \cdot 0 + 4 \cdot 3 + 8 \cdot x_4}{5 + 3 + 4 + 8}$$

$0 \cdot 20 = 12 + 8 \cdot x_4$

$8 x_4 = -12 \Rightarrow x_4 = -\frac{12}{8}$

$\therefore \boxed{x_4 = -1,5\ m}$

$$y_{CM} = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2 + m_3 y_3 + m_4 y_4}{m_1 + m_2 + m_3 + m_4}$$

$$y_{cm} = \frac{5 \cdot 0 + 3 \cdot 4 + 4 \cdot 0 + 8 \cdot y_4}{5 + 3 + 4 + 8}$$

$$0 = \frac{12 + 8 \cdot y_4}{20}$$

$0 \cdot 20 = 12 + 8 y_4$

$y_4 = \frac{-12}{8} = -1,5 \Rightarrow \boxed{y_4 = -1,5\ m}$

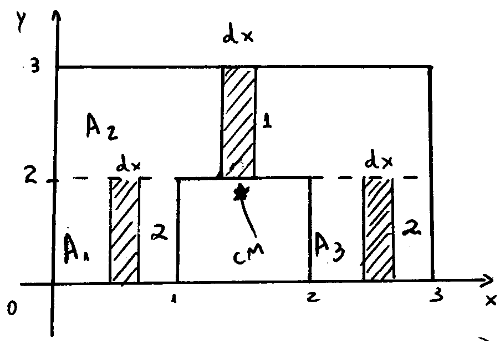
$\therefore$ a massa de 8 kg deveria ser colocada em $(-1,5\ ,\ -1,5)\ m$.

4) *placa 1*:

$\sigma = 0{,}2 \dfrac{g}{cm^2} = 0{,}2 \cdot \dfrac{10^{-3} kg}{(10^{-2} m)^2} = 2 \dfrac{kg}{m^2}$

$x_{cm} = \dfrac{1}{M} \int x \cdot \sigma \cdot dA$ mas $\sigma = \dfrac{M}{A}$

$\boxed{x_{cm} = \dfrac{1}{A} \int_A x \, dA}$ para resolver esta integral iremos subdividir a placa em partes. Estas partes tendo largura fixa:



$\begin{cases} dA_2 = 1 \cdot dx & \text{(elementos das áreas)} \\ dA_1 = 2 \cdot dx \quad dA_3 = 2 \cdot dx \end{cases}$

e a área da placa toda é: $A_1 + A_2 + A_3$

$A = A_1 + A_2 + A_3 = 1.2 + 3.1 + 1.2$

$\boxed{A = 2 + 3 + 2 = 7 \, m^2}$

então vamos à integral:

$x_{cm} = \dfrac{1}{A} \int_A x \, dA = \dfrac{1}{A} \cdot \left\{ \int_{A_1} x \, dA_1 + \int_{A_2} x \, dA_2 + \int_{A_3} x \, dA_3 \right\}$

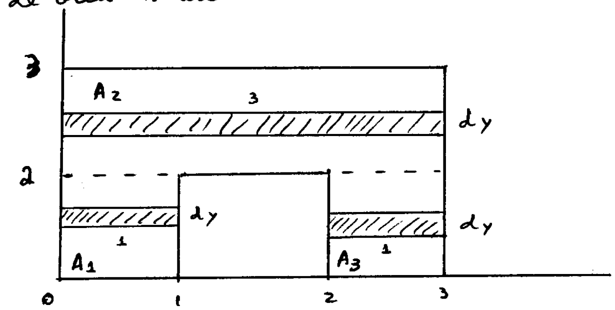
$x_{cm} = \dfrac{1}{7} \cdot \left\{ \int_0^1 x \cdot 2 \cdot dx + \int_0^3 x \cdot 1 \cdot dx + \int_2^3 x \cdot 2 \cdot dx \right\}$

$x_{cm} = \dfrac{1}{7} \cdot \left\{ \dfrac{2x^2}{2} \Big|_0^1 + \dfrac{x^2}{2} \Big|_0^3 + \dfrac{2x^2}{2} \Big|_2^3 \right\}$

$x_{cm} = \dfrac{1}{7} \cdot \left\{ 1^2 + \dfrac{3^2}{2} + 3^2 - 2^2 \right\}$

$\boxed{x_{cm} = \dfrac{1 + 4{,}5 + 9 - 4}{7} = 1{,}5 \, m}$

e no eixo y subdividiremos a placa em subáreas, mas os elementos de área serão distintos:



em A_1: $dA_1 = 1 \cdot dy$; $0 \leq y \leq 1$

em A_2: $dA_2 = 3 \cdot dy$; $1 \leq y \leq 2$

em A_3: $dA_3 = 1 \cdot dy$; $0 \leq y \leq 1$

então: $y_{cm} = \dfrac{1}{A} \cdot \int_A y \, dA$

$y_{cm} = \dfrac{1}{A} \cdot \left\{ \int_{A_1} y \, dA_1 + \int_{A_2} y \, dA_2 + \int_{A_3} y \, dA_3 \right\}$

$y_{cm} = \dfrac{1}{7} \cdot \left\{ \int_0^2 y \, dy + \int_2^3 y \cdot 3 \cdot dy + \int_0^2 y \cdot dy \right\}$

$y_{cm} = \dfrac{1}{7} \cdot \left\{ \dfrac{y^2}{2} \Big|_0^2 + \dfrac{3y^2}{2} \Big|_2^3 + \dfrac{y^2}{2} \Big|_0^2 \right\}$

$y_{cm} = \dfrac{1}{7} \cdot \left\{ \dfrac{2^2}{2} + \dfrac{3 \cdot 3^2}{2} - \dfrac{3 \cdot 2^2}{2} + \dfrac{2^2}{2} \right\}$

$y_{cm} = \dfrac{1}{7} \cdot \left\{ \dfrac{4 + 27 - 12 + 4}{2} \right\} = \dfrac{23}{14}$

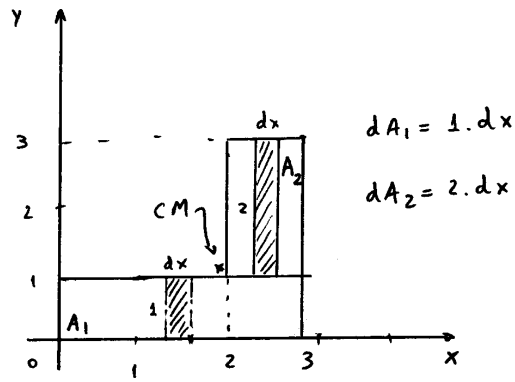
$\boxed{y_{cm} = 1{,}64 \, m}$

logo o CM da placa 1 localiza-se

$\vec{r}_{cm} = \left(1{,}5 \vec{i} + 1{,}64 \vec{j} \right) m$

placa 2 : $\sigma = 2\ kg/m^2$

$$X_{cm} = \frac{1}{A}\int x\,dA = \frac{1}{A}\cdot\left\{\int_{A_1} x\,dA_1 + \int_{A_2} x\,dA_2\right\}$$



$dA_1 = 1.dx$

$dA_2 = 2.dx$

$$X_{cm} = \frac{1}{A}\cdot\left\{\int_0^3 x.1.dx + \int_2^3 x.2.dx\right\}$$

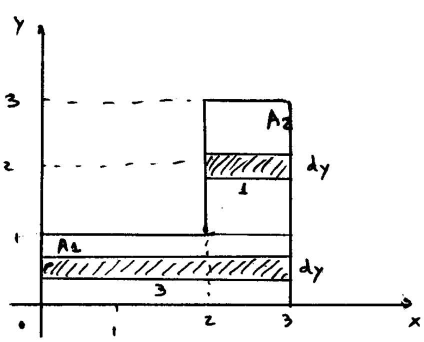
a área da placa $A = A_1 + A_2 = 3.1 + 1.2$

$A = 5\ m^2$

$$X_{cm} = \frac{1}{5}\cdot\left\{\frac{x^2}{2}\Big|_0^3 + \frac{2x^2}{2}\Big|_2^3\right\} = \frac{1}{5}\left\{\frac{3^2}{2} + 3^2 - 2^2\right\}$$

$$\boxed{X_{cm} = \frac{1}{5}\cdot\left\{\frac{9}{2} + 9 - 4\right\} = \frac{19}{10} = 1{,}9m}$$

$$Y_{cm} = \frac{1}{A}\cdot\int y\,dA = \frac{1}{A}\left\{\int_{A_1} y\,dA_1 + \int_{A_2} y\,dA_2\right\}$$



$dA_1 = 3.dy \quad ; \quad 0 \leq y \leq 1$

$dA_2 = 1.dy \quad ; \quad 1 \leq y \leq 3$

$$Y_{cm} = \frac{1}{A}\cdot\left\{\int_0^1 y.3dy + \int_1^3 y.1.dy\right\}$$

$$Y_{cm} = \frac{1}{5}\cdot\left\{\frac{3y^2}{2}\Big|_0^1 + \frac{y^2}{2}\Big|_1^3\right\}$$

$$Y_{cm} = \frac{1}{5}\cdot\left\{\frac{3.1^2}{2} + \frac{3^2}{2} - \frac{1^2}{2}\right\}$$

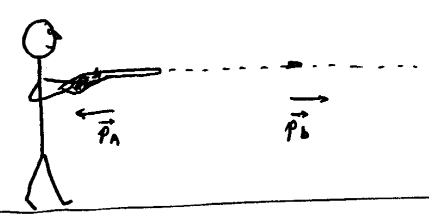
$$Y_{cm} = \frac{1}{5}\cdot\left\{\frac{3}{2} + \frac{9}{2} - \frac{1}{2}\right\} = \frac{11}{10}$$

$$\boxed{Y_{cm} = 1{,}1\ m}$$

∴ o centro de massa da placa 2 é no ponto:

$(1{,}9 \ ,\ 1{,}1)\ m$

5



Da conservação do momento linear

$$\vec{p}_{A0} + \vec{p}_{b0} = \vec{p}_A + \vec{p}_b$$

(antes) (depois)

$$0 + 0 = -m_A \cdot v_A + m_b \cdot v_b$$

$$m_A v_A = m_b \cdot v_b = 18 \times 10^{-3} \cdot 360$$

$$\boxed{p_A = 6{,}48\ kg.m/s}\ \text{(em módulo)}$$

ou $m_A v_A = 6{,}48$

$$\boxed{v_A = \frac{6{,}48}{9} = 0{,}72\ m/s}$$

5) continuação:

então o impulso sofrido pelo estudante de engenharia será:

$\vec{J} = \Delta\vec{p} = \vec{p}_A - \vec{p}_{A0} = (-6{,}48 - 0)\vec{i}$

$\boxed{\vec{J} = -6{,}48\,\vec{i}}$ em módulo

impulso recebido pelo estudante → $\boxed{J = 6{,}48 \text{ kgm/s}}$

$J = \bar{F}.\Delta t$

$6{,}48 = \bar{F}.\,10^{-3} \Rightarrow \boxed{\bar{F} = 6{,}48 \text{ kN}}$

força média da arma em recuo sobre o estudante.

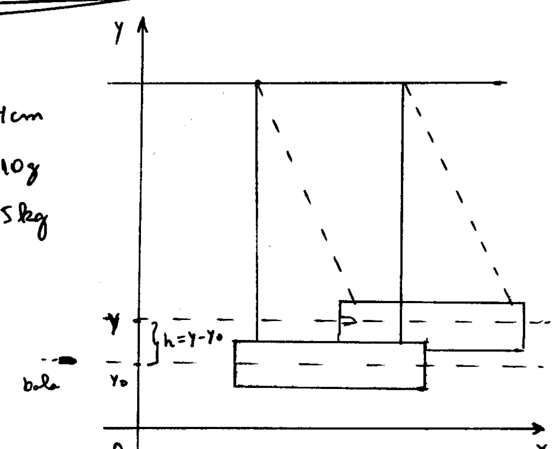
e a velocidade de recuo da arma é 0,72 m/s ou 2,6 km/h.

6)

$h = 4$cm

$m_{ba} = 10$g

$m_{bl} = 5$kg



1º evento: colisão bala com bloco perfeitamente inelástica (momento linear)

$p_{ba0} + p_{bl0} = p_{ba} + p_{bl}$

$m_{ba}.v_{ba0} + m_{bl}.0 = m_{ba}.v_{ba} + m_{bl}.v_{bl}$

mas após a colisão o bloco e a bala formam o conjunto bala-bloco (c)

e $v_{ba} = v_{bl} = v_{c0}$ (veloc. inicial do conjunto)

então:

$m_{ba}.v_{ba0} = m_{ba}.v_{c0} + m_{bl}.v_{c0}$

$m_{ba}v_{ba0} = (m_{ba} + m_{bl}).v_{c0}$

$$\boxed{v_{ba0} = \frac{m_c.v_{c0}}{m_{ba}}}$$

onde $m_c = m_{ba} + m_{bl}$ (massa do conjunto)

2º evento: movimento pendular do conjunto bala-bloco (conservação da energia)

$\Delta K + \Delta U_g = 0$

$\frac{m_c v_c^2}{2} - \frac{m_c v_{c0}^2}{2} + m_c g y - m_c g y_0 = 0$

$0 - \frac{m_c.v_{c0}^2}{2} + m_c g(y - y_0) = 0$

sendo $h = y - y_0 = 4$ cm

$\frac{v_{c0}^2}{2} = g.h \Rightarrow v_{c0}^2 = 2gh$

$\boxed{v_{c0} = \sqrt{2gh}}$

$v_{c0} = \sqrt{2.9{,}8.\,4\times10^{-2}} = 0{,}89$ m/s

logo $v_{ba0} = \frac{m_c.v_{c0}}{m_{ba}} = \frac{(0{,}010+5).\,0{,}89}{0{,}010}$

$v_{ba0} = 445{,}9$

$\boxed{v_{ba0} \simeq 446 \text{ m/s}}$ ou 1605 km/h

além deste resultado veja a energia cinética antes e depois da colisão da bala com o bloco:

energia cinética da bala:

$$K_{ba_0} = \frac{m_{ba} \cdot v_{ba_0}^2}{2} = \frac{0{,}010 \cdot (446)^2}{2}$$

$$\boxed{K_{ba_0} = 995 \ \text{J}}$$

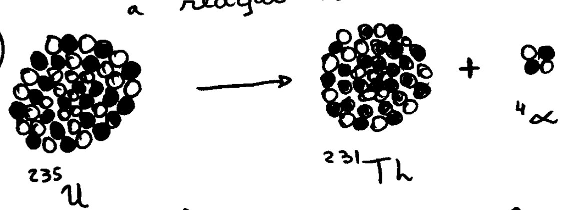
e a energia cinética do conjunto bala-bloco logo após a colisão:

$$K_{bl_0} = \frac{m_c \cdot v_{c_0}^2}{2} = \frac{(0{,}010 + 5) \cdot (0{,}89)^2}{2}$$

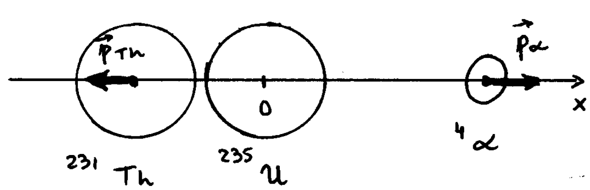
$$\boxed{K_{bl_0} = 2 \ \text{J}}$$

veja que de 995 J de energia cinética inicial, caiu para 2 J após a colisão perfeitamente inelástica. Toda esta energia foi dissipada através de: deformação da madeira e da bala (que ficou presa no bloco), aquecimento do sistema, propagação da energia pelo som (barulho) e pela irradiação de ondas eletromagnéticas (infravermelho) para a vizinhança do sistema.

7 a reação nuclear é:



no referencial do C.M. do urânio:



$$\vec{P}_{antes} = \vec{P}_{depois}$$

$$\vec{p}_u = \vec{p}_{Th} + \vec{p}_\alpha$$

$$m_u \cdot v_u = -m_{Th} \cdot v_{Th} + m_\alpha \cdot v_\alpha$$

$$m_u \cdot 0 = -m_{Th} \cdot v_{Th} + m_\alpha \cdot v_\alpha$$

$$\boxed{v_{Th} = \frac{m_\alpha \cdot v_\alpha}{m_{Th}}}$$

$$K_\alpha = \frac{m_\alpha \cdot v_\alpha^2}{2} \Rightarrow v_\alpha = \sqrt{\frac{2K_\alpha}{m_\alpha}}$$

e $$K_{Th} = \frac{m_{Th} \cdot v_{Th}^2}{2} = \frac{m_{Th}}{2} \cdot \left(\frac{m_\alpha v_\alpha}{m_{Th}}\right)^2$$

$$K_{Th} = \frac{m_{Th}}{2} \cdot \frac{m_\alpha^2 \cdot v_\alpha^2}{m_{Th}^2}$$

$$K_{Th} = \frac{m_\alpha^2 \cdot 2K_\alpha}{2 \cdot m_{Th} \cdot m_\alpha} = \frac{m_\alpha \cdot K_\alpha}{m_{Th}}$$

$$K_{Th} = \frac{4 \cdot 4{,}6}{231} = 0{,}080 \ \text{MeV}$$

$$\boxed{K_{Th} = 80 \ \text{keV}}$$

por curiosidade veja a velocidade:

como a unidade de massa atômica unificada (u) é: $1u = 1{,}66 \times 10^{-27}$ kg

$$K = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2K}{m}}$$

$$v_\alpha = \sqrt{\frac{2 \cdot 4{,}6 \cdot 10^6 \cdot 1{,}6 \times 10^{-19}}{4 \cdot 1{,}66 \times 10^{-27}}}$$

$$\boxed{v_\alpha = 1{,}5 \times 10^7 \ \text{m/s}}$$

e do Tório:

$$v_{Th} = \sqrt{\frac{2 \cdot 80 \cdot 10^3 \cdot 1{,}6 \times 10^{-19}}{231 \cdot 1{,}66 \times 10^{-27}}} = 2{,}6 \times 10^5 \ \text{m/s}$$

(8) vamos supor que cada bala ao atingir o bloco de madeira caia no chão ($v=0$).

para cada colisão bala-bloco:

$$p_{ba_0} + p_{bl_0} = p_{ba} + p_{bl}$$

$$p_{bl} - p_{bl_0} = -(p_{ba} - p_{ba_0})$$

$$\boxed{\Delta p_{bl\,i} = -\Delta p_{ba}}$$

para n balas:

$$\Delta p_{bl} = n \cdot \Delta p_{bl\,i} = n \cdot (-\Delta p_{ba})$$

$$p_{bl} - \cancel{p_{bl_0}}^{\,0} = -n \cdot (\cancel{p_{ba}}^{\,0} - p_{ba_0}) \qquad v_{bl_0} = 0 \qquad v_{ba} = 0$$

$$m_{bl} \cdot v_{bl} = +n \cdot m_{ba} \cdot v_{ba_0}$$

$$v_{bl} = \frac{n \cdot m_{ba} \cdot v_{ba_0}}{m_{bl}}$$

$$v_{bl} = \frac{18 \cdot 4\times10^{-3} \cdot 600}{20}$$

$$\boxed{v_{bl} = 2{,}16\ m/s}$$ → veloc. do bloco.

(9)

$$\vec{P}_{antes} = \vec{P}_{depois}$$

$$\vec{p}_{10} + \vec{p}_{20} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2$$

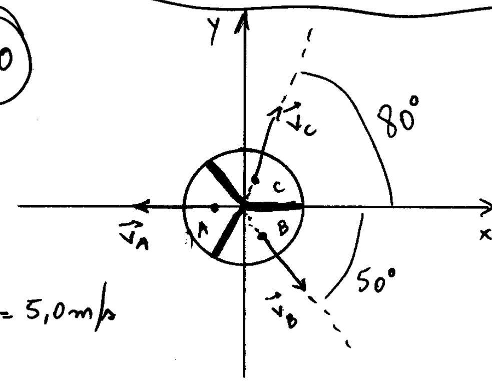
$$m_1 \cdot v_{10} - m_2 v_{20} = m_1 v_1 + m_2 v_2$$

$$1{,}6 \cdot 4 - 2{,}1 \cdot 2{,}5 = 1{,}6 \cdot 3{,}0 + 2{,}1 \cdot v_2$$

$$v_2 = \frac{1{,}15 - 4{,}8}{2{,}1} = \frac{-3{,}65}{2{,}1}$$

$$\boxed{v_2 = -1{,}74\ m/s}$$ o sinal "−" indica que o bloco 2 ainda caminha p/a esquerda

(10)



$$v_C = 5{,}0\ m/s$$

$$m_C = 0{,}3\ m_T \qquad m_B = 0{,}2\ m_T$$

$$\therefore\ m_A = 0{,}5\ m_T$$

$$\vec{P}_{antes} = \vec{P}_{depois}$$

$$\vec{p}_{A_0} + \vec{p}_{B_0} + \vec{p}_{C_0} = \vec{p}_A + \vec{p}_B + \vec{p}_C$$

coco inicialmente em repouso $\vec{p}_{ANTES} = \vec{0}$

$$\vec{0} = \vec{p}_A + \vec{p}_B + \vec{p}_C$$

como é bidimensional: $\begin{cases} p_{Ax} + p_{Bx} + p_{Cx} = 0 \\ p_{Ay} - p_{By} + p_{Cy} = 0 \end{cases}$

no eixo y:

$$p_{Ay} + p_{Cy} - p_{By} = 0$$

$$0 + m_C \cdot v_C \cdot \text{sen } 80° - m_B \cdot v_B \cdot \text{sen } 50° = 0$$

$$v_B = \frac{0{,}3\,\cancel{m_T} \cdot 5{,}0 \cdot \text{sen } 80°}{0{,}2\,\cancel{m_T} \cdot \text{sen } 50°} = 9{,}6$$

$$\boxed{v_B = 9{,}6\ m/s}$$

FIM