Revisão de POTENCIAÇÃO

Definição: $a^n = \begin{cases} 1, \text{ se } n = 0 \\ a, \text{ se } n = 1 \\ \underbrace{a \times a \times ... \times a}_{n \text{ fatores}}, \text{ se } n \geq 2 \end{cases}$

Exemplos: $2^4 = \underbrace{2 \times 2 \times 2 \times 2}_{4 \text{ fatores}} = 16$

$(-2)^3 = (-2)(-2)(-2) = -8$

Obs: $\begin{cases} (\text{negativo})^{\text{par}} = \text{positivo} \\ (\text{negativo})^{\text{ímpar}} = \text{negativo} \\ (\text{positivo})^{\text{par / ímpar}} = \text{positivo} \end{cases}$

Propriedades: $\begin{cases} 1)\ a^n \cdot a^m = a^{n+m} \\ 2)\ \dfrac{a^n}{a^m} = a^{n-m}, \text{ se } a \neq 0 \\ 3)\ (a^n)^m = a^{n \times m} \\ 4)\ a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n \\ 5)\ \dfrac{a^n}{b^n} = \left(\dfrac{a}{b}\right)^n \ \forall b \neq 0 \\ 6)\ a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}, \text{ se } a \neq 0 \\ 7)\ a^{p/q} = \sqrt[q]{a^p} =^{a>0} (\sqrt[q]{a})^p \end{cases}$

Exercício 1 *Calcule o valor numérico das expressões.*

1. $-(-2)^3 + (-1)^0 - (25 - 3^2)^{1/2} - 5^3 \div 25 =$
2. $2^{-1} + 6 \cdot \left(\dfrac{2}{3}\right)^{-2} - \left(\dfrac{-1}{3}\right)^{-1} =$
3. $\dfrac{12 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-4} \cdot 10^9}{3 \cdot 10^{-1} \cdot 10^4} =$
4. $\left\{16 \times \left[18 - \left(5 + 9^{1/2}\right)^{1/3}\right]^{1/4}\right\}^{1/5} =$

FUNÇÕES EXPONENCIAIS

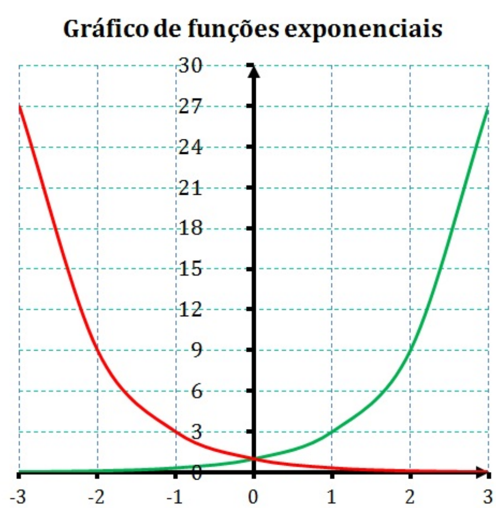
Definição 1 *A função exponencial de base a ($a > 0$ e $a \neq 1$) é a função $f : R \to R_+^*$, definida por $f(x) = a^x$.*

Exemplos	*Contra - Exemplos*
$f(x) = 3^x$ *(base = 3)*	$f(x) = 0^x$ *(função constante)*
$f(x) = (1/3)^x$ *(base = 1/3)*	$f(x) = 1^x$ *(função constante)*
$f(x) = (\sqrt{3})^x$ *(base = $\sqrt{3}$)*	$f(x) = (-1)^x$ *OBS: $\nexists (-1)^{1/2}$*

Gráfico: Passa pelo ponto (0, 1), pois $a^0 = 1$

Imagem $= R_+^* = \{y \in R \ / \ y > 0\}$

Crescimento: $\begin{cases} \text{crescente se } a > 1 \\ \text{decrescente se } 0 < a < 1 \end{cases}$



x	(1/3)^x	3^x	
-3	27	1/27	
-2	9	1/9	
-1	3	1/3	:3
0	1	1	:3
1	1/3	3	:3
2	1/9	9	:3
3	1/27	27	

Exercício 2 *Quais funções são exponenciais?* *Quais destas são crescentes?*

a) $y = 4^x$ *c)* $y = (1/4)^x$

b) $y = x^4$ *d)* $y = 4x$

Função exponencial geral: $P = P_0.a^t$, onde P_0 é quantidade inicial ($t = 0$), a é fator segundo o qual P muda quando t aumenta de 1.

Exemplo 1 *(PLT - Pág.11) Suponha que $Q = f(t)$ é exponencial de t. Se $f(20) = 88,2$ e $f(23) = 91,4$,*

a) encontre a base.

$$Q = Q_0.a^t \Rightarrow t = 20 : 88,2 = Q_0.a^{20} \text{ e } t = 23 : 91,4 = Q_0.a^{23} \Rightarrow \frac{f(23)}{f(20)} = \frac{91,4}{88,2} = a^3 \Rightarrow a = 1,012$$

b) encontre a taxa de crescimento. $1 - a = 1 - 1,012 = 0,012 = 1,2\%$

c) calcule f(25). $f(25) = 69,5.(1,012)^25 = 93,6$

Definições 1 ***Meia-vida*** *de uma quantidade que decai exponencialmente é o tempo necessário para a quantidade ser reduzida à metade. O* ***tempo de duplicação*** *de uma quantidade que aumenta exponencialmente é o tempo necessário para que a quantidade dobre.*

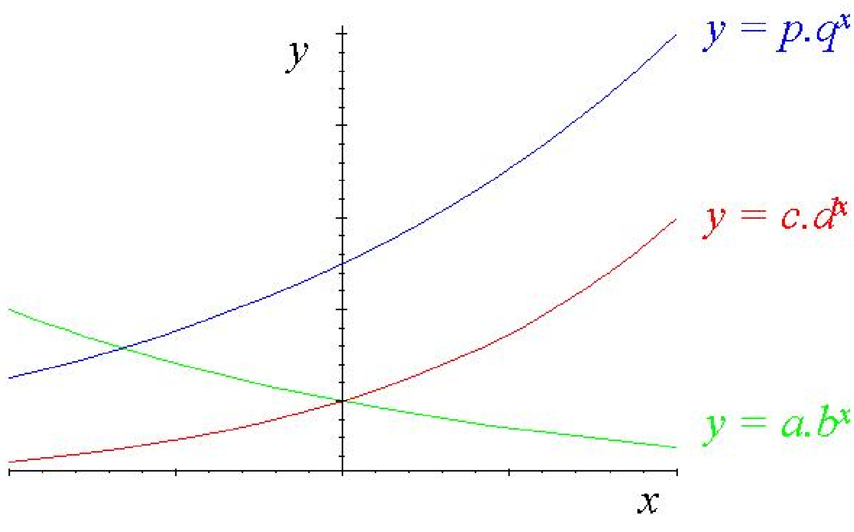
Exemplo 2 *O elemento radioativo carbono-14 é encontrado em quaisquer organismos vivos. Quando o organismo morre, não acumula mais o elemento. É possível estimar a idade do objeto usando a meia vida do elemento (em torno de 5730 anos).*

Exercício 3 *O Estrôncio-90 tem constante de desintegração $k = 0,0244/ano$ e a desintegração é descrita pela função exponencial $Q(t) = Q_0 e^{-kt}$, onde $e = 2,71828...$*

a) Qual será a massa de uma amostra que hoje tem 20 kg, após 10 anos?

b) Sabendo-se que a meia-vida é calculada por $\dfrac{\ln 2}{k}$, calcule a meia-vida deste elemento.

Exercício 4 *A figura abaixo mostra o gráfico de três funções exponenciais. O que você pode dizer sobre os valores das seis constantes a, b, c, d, p e q?*

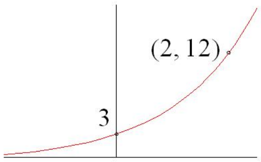


Exercício 5 *(PLT-pág.12) Quais (se há alguma) das funções podem ser exponenciais? Encontre fórmulas para essas funções.*

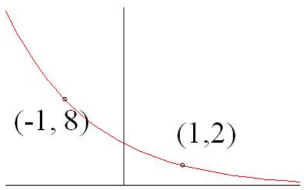
x	$f(x)$	$g(x)$	$h(x)$
-2	12	16	37
-1	17	24	34
0	20	36	31
1	21	54	28
2	18	81	25

Exercício 6 *(Pág. 13) Dê uma fórmula possível para as funções:*

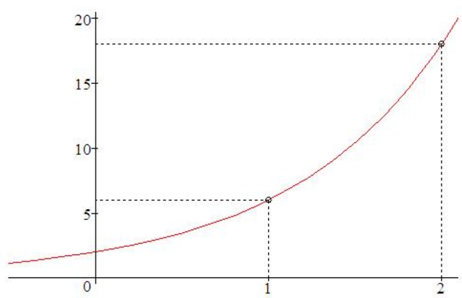
a)



b)



c)



Exercício 7 *(Pág. 13) Aviões precisam de distâncias maiores para decolar em aeroportos localizados em lugares altos devidos à diminuição da densidade do ar. A tabela a seguir mostra como o tamanho da pista de decolagem depende da altitude do aeroporto para um determinado avião leve. (O tamanho das pistas também é fortemente influenciado pela temperatura do ar; os dados mostrados supõe temperatura de 0° C.) Determine uma fórmula para esse avião particular que fornece a pista de decolagem como uma função exponencial da altitude do aeroporto.*

Altitude (ft)	*0*	*1000*	*2000*	*3000*	*4000*
Tamanho da pista (ft)	*670*	*734*	*805*	*882*	*967*